



Laboratorij za načrtovanje integriranih vezij

Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta *za elektrotehniko*



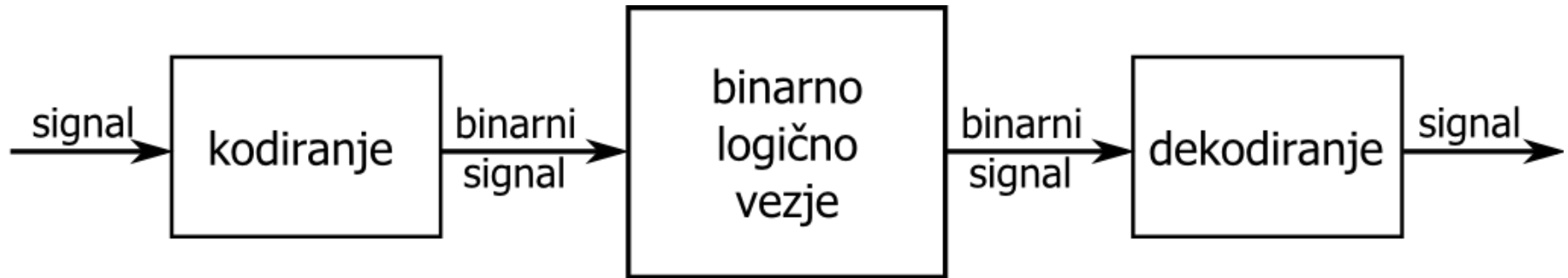
1. stopnja VSP, 1. letnik

Programirljivi Digitalni Sistemi

Andrej Trost

Digitalna aritmetika

Kodiranje signalov v digitalnem vezju



- ▶ Primer: stikalo predstavlja enostavno binarno kodiranje
 - ▶ sklenjeno je '1', razklenjeno pa '0'
- ▶ V splošnem imamo množico vrednosti za vhodne in izhodne signale
 - ▶ signali predstavljajo napetost (število), stanje sistema (npr. rdeča, rumena, zelena), znake za prikaz besedila (črke) ipd.
- ▶ Kodiranje določa preslikavo iz vhodne v izhodno množico
 - ▶ izhodna množica digitalnih sistemov so dvojiške (binarne) vrednosti

Kodiranje informacije v dvojiški zapis

- ▶ Vrednosti, ki jih dobimo pri pretvorbi analognega signala predstavimo kot dvojiška števila
 - ▶ nepredznačena (pozitivna ali 0), predznačena (pozitivna in negativna), cela števila in števila v decimalnem zapisu
- ▶ Nekatere podatke kodiramo po vnaprej dogovorjenih pravilih
 - ▶ zapis črk v obliki ASCII

! " # \$ % & ' () * + , - . /
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 : ; < = > ?
@ A B C D E F G H I J K L M N O
P Q R S T U V W X Y Z [\] ^ _
` a b c d e f g h i j k l m n o
p q r s t u v w x y z { | } ~

Številski sistemi

quantity	decimal	binary	3-bit register
	0	0	000
*	1	1	001
**	2	10	010
***	3	11	011
****	4	100	100
*****	5	101	101
*****	6	110	110
*****	7	111	111
*****	8	1000	overflow
*****	9	1001	overflow
*****	10	1010	overflow

▶ Večmestna števila:

desetiški zapis

$$523_{(10)} = 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

- ▶ uteži: 1, 10, 100, 1000,...

dvojiški zapis

$$101_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 5_{(10)}$$

- ▶ uteži: 1, 2, 4, 8, 16...
- ▶ seštejemo le uteži števk, ki imajo vrednost 1

Šestnajstiški zapis dvojiških vrednosti

- ▶ Dvojiška števila imajo veliko števk, zato uporabljamo bolj kompakten šestnajstiški zapis

- ▶ številke 0-9, A-F

- ▶ vsaka številka predstavlja 4-bitno dvojiško število

- ▶ Uporablja se tudi osmiški zapis (številke 0-7)

b_3	b_2	b_1	b_0	desetiško	šestnajstiško
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	2	2
0	0	1	1	3	3
0	1	0	0	4	4
0	1	0	1	5	5
0	1	1	0	6	6
0	1	1	1	7	7
1	0	0	0	8	8
1	0	0	1	9	9
1	0	1	0	10	A
1	0	1	1	11	B
1	1	0	0	12	C
1	1	0	1	13	D
1	1	1	0	14	E
1	1	1	1	15	F

Predstavitev nepredznačenih celih števil

N	N-bitna števila	2^N	območje vrednosti
2	00 - 11	4	0 - 3
3	000 - 111	8	0 - 7
4	0000 - 1111	16	0 - 15
5	00000 - 11111	32	0 - 31
6	000000 - 111111	64	0 - 63
7	0000000 - 1111111	128	0 - 127
8	00000000 - 11111111	256	0 - 255
9	000000000 - 111111111	512	0 - 511
10	0000000000 - 1111111111	1024	0 - 1023

- Koliko bitov potrebujemo za zapis celega števila, ki vsebuje M različnih vrednosti?

$$N = \log(M) / \log(2)$$

Predstavitev negativnih vrednosti

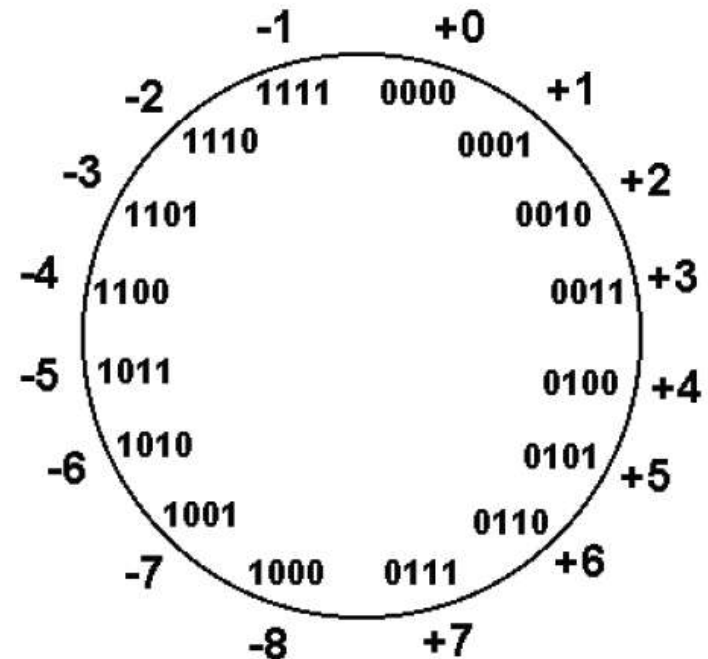
- ▶ Pozitivna števila se začnejo z 0
- ▶ Negativna števila se začnejo z 1
- ▶ Največ se uporablja **dvojiški komplement**
 - ▶ negacija št. + 1

$$(3) \ 0011 : 1100 + 1 = 1101 \ (-3)$$

0	0000		
1	0001	1111	-1
2	0010	1110	-2
3	0011	1101	-3
4	0100	1100	-4
5	0101	1011	-5
6	0110	1010	-6
7	0111	1001	-7
		1000	-8

Računanje s števili v dvojiškem komplementu

- ▶ Vrednosti razporejene v številski krog seštevamo tako kot pozitivna števila
- ▶ Asimetričen razpon
 - ▶ npr. -8 ... +7 za 4 bite



$$\begin{array}{r} 4 \quad 0100 \\ + 3 \quad 0011 \\ \hline 7 \quad 0111 \end{array}$$

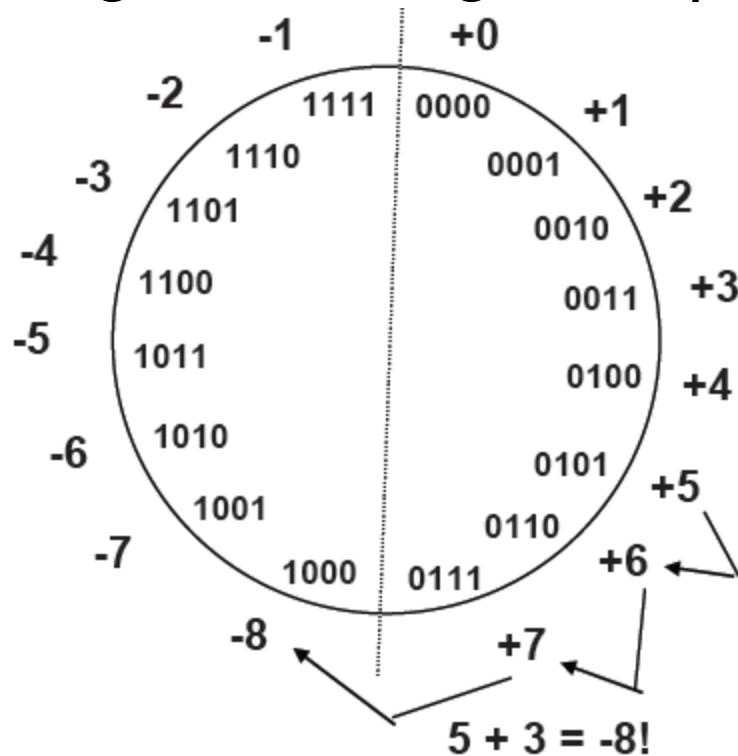
$$\begin{array}{r} -4 \quad 1100 \\ + (-3) \quad 1101 \\ \hline -7 \quad 11001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 0100 \\ - 3 \quad 1101 \\ \hline 1 \quad 10001 \end{array}$$

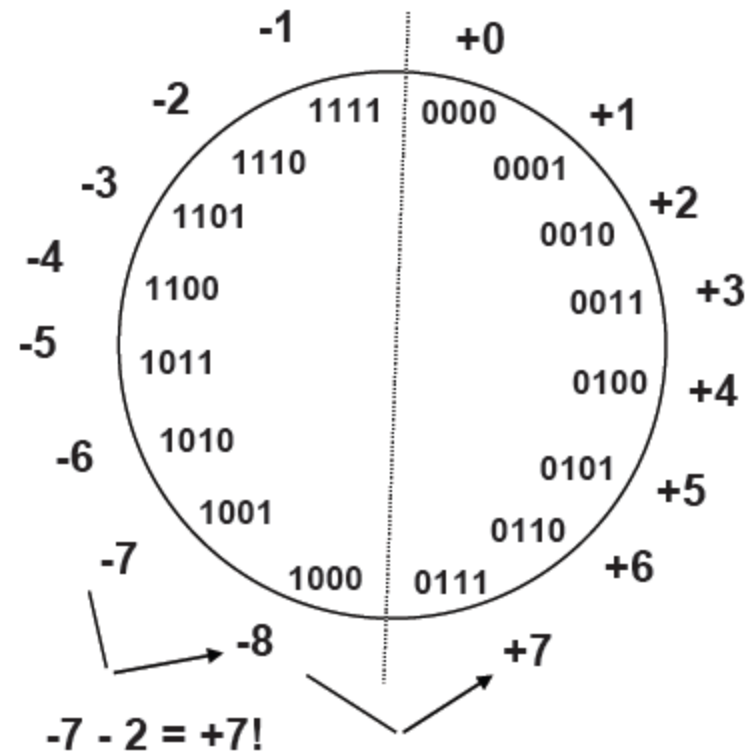
$$\begin{array}{r} -4 \quad 1100 \\ + 3 \quad 0011 \\ \hline -1 \quad 1111 \end{array}$$

Preliv vrednosti

- Preliv (**overflow**) se zgodi če je vsota pozitivnih vrednosti negativna ali negativnih pozitivna



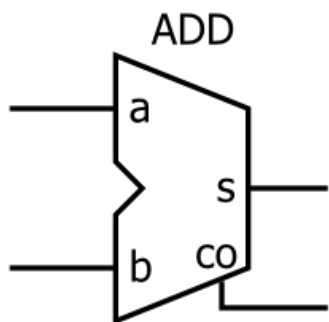
5 0111
 0101
3 0011
-8 01000



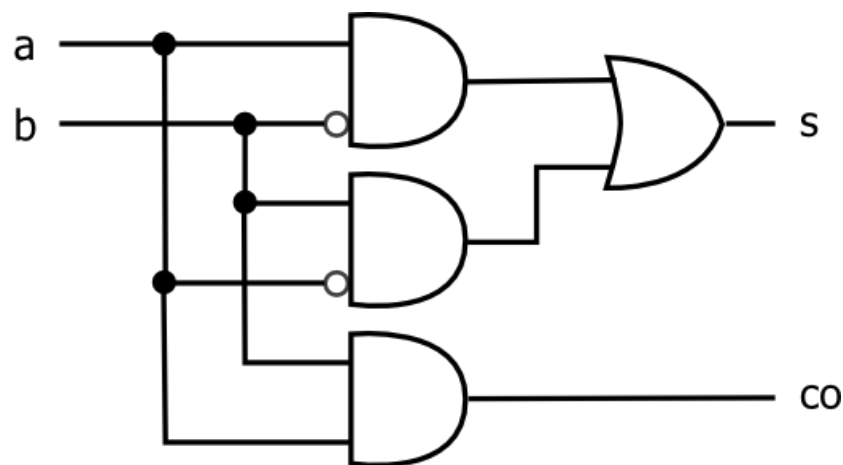
-7 1000
 1001
-2 1100
7 10111

Seštevalniki

- ▶ Vezja za seštevanje dvojiških vrednosti
 - ▶ polovični (**Half Adder**) sešteje 2 bita
 - ▶ polni (**Full Adder**) sešteje 3 bite (2 števki in prenos)
 - ▶ večbitni seštevalnik

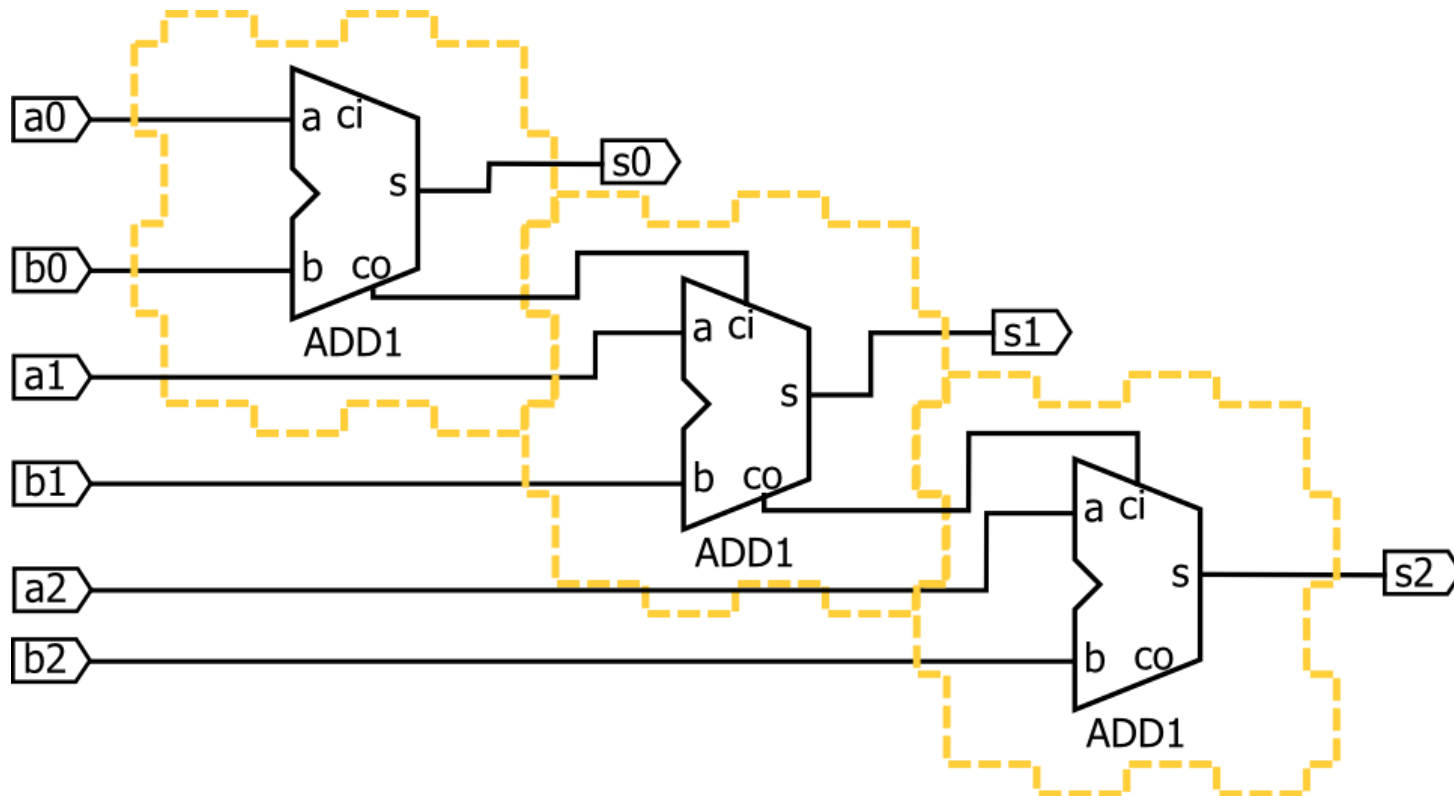


a	b	sum	carry
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1



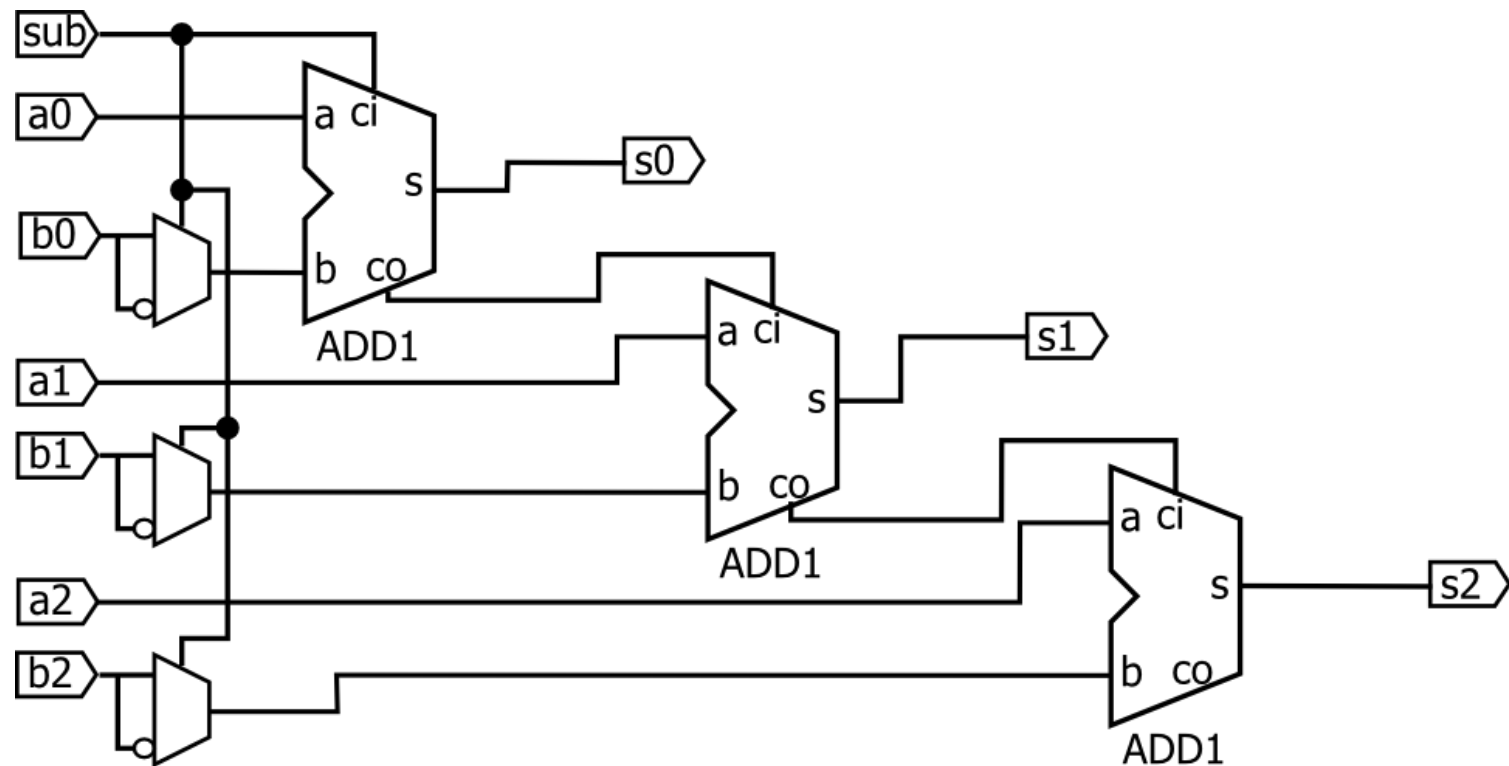
Izvedba seštevalnikov

- ▶ Večbitni seštevalnik je narejen z zaporedno vezavo polnih seštevalnikov
 - ▶ prenos gre zaporedno iz najnižjega bita proti najvišjemu



Izvedba odštevalnika

- ▶ Vezje za seštevanje in odštevanje večbitnih števil
 - ▶ izbiralnik določa prištevanje originalne ali invertirne vrednosti
 - ▶ če invertirani dodamo še vhodni prenos, dobimo komplement



Primerjalnik

- ▶ Primerjava z odštevanjem vrednosti
- ▶ $A < B$, če je rezultat negativen (N)
- ▶ $A = B$, če je rezultat 0 (Z)

